Đoko G. Marković
Filozofski fakultet
Nikšić

IMPLEMENTACIJA BOLONJSKOG KONCEPTA STUDIRANJA SAGLEDANA U SVIJETLU DIDAKTIČKIH PRINCIPA PERMANENCIJE I POLIFORMNOSTI NA UČITELJSKOM ODSJEKU FILOZOFSKOG FAKULTETA UNIVERZITETA CRNE GORE

IMPLEMENT OF THE BOLOGNA'S DRAFT OF STUDIES PERCIEVED IN TERMS OF DIDACTIC PERMANENCE PRINCIPLE AND POLYFORM AT UNIVERSITY OF MONTENEGRO, AT THE FACULTY OF FHILOSOPHY E.G. AT TEACHERS' DEPARTMENT

ABSTRACT: This research paper proves reciprocal unabiguous correspondence e.g. very high coefficient of correlation between application didactic principles of permanence and polyform at active teaching lessons and implement of Bologna's draft of studies at University of Montenegro at Faculty of Philosophy at teachers' Department.

Aport from theoretical elaboration of application permanence principle and polyform principle in the Mathematics Teaching and groups of exact subjects are given analisis and some conclusion of empirical establish values of one mode of application of the Bologna's draft which correspond to individual experience of author.

Key words: permanence principles and polyform ones active teacing and implement of the Bologna's draft.

APSTRAKT: Ovim naučno-istraživačkim radom potvrđena je uzajamno jednoznačna korespodencija, tj. veoma visoki koeficijenat korelacije između primjene didaktičkih principa permanencije i poliformnosti na časovima aktivne nastave i implementiranja bolonjskog koncepta studiranja na Učiteljskom odsjeku Filozofskog fakulteta Univerziteta Crne Gore.

Pored teorijske elaboracije primjene principa permanencije i poliformnosti u nastavi matematike i grupe prirodnih predmeta ovdje se daju analiza i zaključci empirijskih evaluacija jednog modela primjene Bolonjskog koncepta, koja značajno korespondiraju sa ličnim iskustvima autora.

Ključne riječi: principi permanencije i poliformnosti, aktivna nastava i implementacija Bolonjskog koncepta.

Uvodne napomene

Deklaracijom potpisanom 19. 06. 1999. godine u Bolonji 29 zemalja se obavezalo da izvrši korjenite reforme visokog obrazovanja. Tada je jasno definisan zajednički cilj stvaranja evropskog prostora za visoko obrazovanje radi povećanja mogućnosti zapošljavanja i mobilnosti građana, a sve u svrsi povećanja međunarodne konkurentnosti visokog obrazovanja u Evropi.

Tradicionalna didaktika, kao i tradicionalna pedagogija koje se bave opštim ciljevima, opštim metodologijama i opštim klasifikacijama više nijesu u stanju odgovoriti sadašnjim potrebama savremene nastave u vidu razrješavanja aktuelnih pitanja kako postupati u svim njihovim pojedinačnim vaspitno-obrazovnim slučajevima.

Didaktika je odavno konstruisana kao posebna naučna oblast, a danas je vjerovatno i najrazvijenija pedagoška disciplina. Ipak, ne samo po mojem uverenju, već i po mišljenu većine poznatih pedagoga, „pritisnuta" pod zahtjevima Bolonjske deklaracije, na polju nastave i didaktike predstoje u sadašnjosti i bliskoj budućnosti mnoga temeljna preispitivanja. U odnosu na većinu drugih, naslijeđenih ili novih komponenti škole i mnogih odnosa i veza koje postoje unutar školskog sistema, nastava se suštinski veoma malo mijenjala, iako je ona stalno unapređivana, usavršavana, modernizovana itd. Mijenjani su sadržaji, razvijane metode i oblici rada, korišćena nova nastavna sredstva, ali je nastava ipak i dalje ostajala u naslijeđenim okvirima.

Upravo takvo današnje stanje pedagogije i didaktike, indukuje potrebu, da se na novi, bolonjski način posmatra i metodika nastave matematike, koja u savremenoj konstelaciji vaspitno-obrazovnog procesa i relacija dobija novi smisao i značenje, prosto zbog toga što je u mogućnosti da odgovori na to značajno pitanje *kako* neka metodička pitanja realizovati, ali ne uopšteno kao u tradicionalnoj pedagoiji i njenim disciplinama, već potpuno konkretno, usklađeno sa ciljevima i sadržajima svakog pojedinačnog zadatka, pri realizovanju nastave.

> *Ispričaj mi, pa ću to zaboraviti, pokaži mi te ću se toga sjećati. Dopusti da sam izvršim dotični posao i tada ću ga shvatiti...*
> (Konfučije (551 – 479. g. p. n. e.)

I danas, kada je, u savremenom svijetu, na sceni bolonjski koncept obrazovanja, ova konfučijanska misao o principima i metodama rada u nastavi izgleda veoma moderno.

Početak XX vijeka nastava matematike u Evropi je dočekala opterećena pretjeranim detaljisanjima, mnogim tehnikama i naslijeđenim balastom srednjovjekovne epohe, tako da je još uvijek u školi matematika smatrana specijalnom vještinom.

Pod savremenom nastavom matematike podrazumijeva se nastava matematike u svijetu poslije „Erlangenskog programa" Feliksa Klajna, tačnije poslije I Kongresa matematičara u Parizu i Meranske konferencije 1905. godine. Krajem XIX vijeka u Erlangenu 1872. godine dvadesettrogodišnji Feliks Klajn (1849 – 1925)[1] objavljuje svoj članak „Uporedna razmatranja istraživanja u savremenoj geometriji", koji je kao program iznio povodom stupanja na profesorsku dužnost, na Filozofskom fakultetu Univerziteta u Erlangenu u literaturi poznat pod naziovom „Erlangenski program". Cilj toga epohalnog rada je bio da se izrade principi koji povezuju svu geometriju u jedinstvenu cjelinu, a koja se po njegovim riječima bila raspala u posebne skoro nezavisne discipline. To je klasifikacija geometrija na ideji grupa transformacija (čiji su

---

[1] M. Marjanović, M. Prvanović, M. Perović, D. Trifunović, V. A. Vujičić, Z. Mamuzić, *Istorija matematičkih i mehaničkih nauka knjiga 2* – Istorijski spisi iz matematike i mehanike, Matematički institut, Beograd, 1989, vidjeti stranicu 29.

generatori – translacije, simetrija, homotetija) koja je značajno uticala na razvoj matematičke i metodičke misli krajem XIX i početkom XX vijeka. U svojoj čuvenoj pristupnoj besjedi on je objašnjavao da geometriju treba predavati izučavajući transformacije prostora, tj. da treba tumačiti geometriju kao geometriju grupe transformacija, a različita geometrijska svojstva kao invarijante raznih grupa. Praveći tako sintezu algebarskih, analitičkih i geometrijskih metoda Klajn ukazuje na smjernice i putokaze na osnovu kojih će predmet istraživanja u matematici postati matematičke strukture. Klajnov Erlangenski program zbog dalekosežnosti svojih koncepcija i sadašnje aktuelnosti predstavlja ključni, ako ne i najznačajniji momenat matematike i metodike nastave matematike XIX i XX vijeka. Prvi Kongres matematičara, održan 1899. godine u Parizu, imao je jednu sekciju posvećenu nastavi matematike i istoriji matematike. Na tom kongresu, tj. toj njegovoj sekciji je odlučeno, da se osnuje matematički časopis.

U tom prvom matematičko-metodičkom časopisu pojavio se članak Poenkarea (1854 – 1912) u kojem on svrhu nastave matematike vidi u razvijanju nekih posebnih sposobnosti uma. Zahtijevao je da u procesu nastave matematike bude što više intuicije, smatrajući da je svako matematičko stvaranje u okviru intuicije, a da se tek kada se uobliči matematičko mišljenje prelazi na logiku. Istovremeno se pojavljuje i članak Alfreda Bineta, koji zasniva naučnu pedagogiju (metode upitnika, opservacije, eksperimenta, testova).

Radikalne promjene u nastavi matematike nagovještene Klajnovim programom i Kongresom matematičara u Parizu[2] počele su da se naziru tek poslije konferencije matematičara održane u Meranu. Na toj konferenciji donesen je zahtjev o potrebi reformisanja nastave matematike osnovne i srednje škole. Konkretno, traženo je da se iz nastave matematike u svim školama izbace jednostrana i praktično neupotrebljiva znanja, i da suština rada u učionici bude razvijanje vještine matematičkog posmatranja učenika i sposobnosti njihovog funkcionalnog mišljenja, tj. sveobuhvatnog sagledavanja i razumijevanja prostornih odnosa, te boljeg poimanja i razumijevanja spektra raznovrsnih procesa u prirodi i društvu.

Zaključci Meranske konferencije značajno su uticali da se herbertovski pristup nastavi matematike, kojem je bilo sporedno da li su matematička znanja uopšte upotrebljiva u svakodnevnom životu, zamijeni nastavom bliskoj stvarnosti, pa samim tim i interesima učenika. Posljedice su bile vidljive i ogledale se u korigovanju dotadašnjih školskih programa. Međutim, početkom XX vijeka pod uticajem pedocentrističkih pravaca u obrazovanju i vaspitanju, u nastavi matematike nije došlo do suštinske primjene stavova čuvene konferencije, već do zastoja i narušavanja njenog osnovnog zahtjeva, da nastava mora biti bliska svakodnevnom stvarnom životu i potrebama koje iz njega proističu. Međunarodni kongres matematičara održan 1908. godine u Rimu donosi odluku da se formira međunarodna komisija za praćenje nastave i rezultata u nastavi matematike. Od tada se svake četvrte godine kao stalna institucija organizuju svjetski kongresi za nastavu matematike.

---

[2] Franjo Filipović i Marjan Koletić, Metodika elementarne nastave matematike, Pedagoški književni zbor, Zagreb 1957. (vidjeti na stranicama 8–12).

Prva doktorska disertacija iz metodike nastave matematike je odbranjena, pod Klajnovim mentorstvom, u Gotingenu 1911. godine. Ta godina se može uzeti za godinu rađanja metodike nastave matematike, kao posebne naučne discipline, tj. trenutak nastajanja savremene nastave matematike. Nadahnut Klajnovim idejama i vizionarstvom Poenkarea, Walter Lietzmann je prije Prvog svjetskog rata objavio prvu metodiku matematike, koja je do sada doživjela četiri izdanja. Lietzmannov stav: „Nije cilj i svrha nastave matematike poznavanje nekog matematičkog stava, već uviđanje njegove istinitosti, nije poznavanje zaključaka u nekom dokazu već sposobnosti da se to zaključivanje slijedi i otkrije, ne rješavanje nekog zadatka po utvrđenoj shemi, već samostalno otkrivanje puta ka rješenju" i danas djeluje moderno. Vođeni njegovim primjerom mnogi matematičari krenuli su u potragu za metodama i oblicima koji bi im omogućili da matematičke sadržaje što ljepše, jednostavnije i lakše didaktički transponuju, tj. da ih izlože na način prilagođen lakšem učenju. Paralelno sa njegovim radovima javljaju se i radovi čuvenog teoretičara i didaktičara XX vijeka Amerikanca Džon Djua (1859 – 1952). Njihova pedagoško-didaktičko-metodička misao izvršila je značajan uticaj na savremene metodičare i razvoj moderne nastave matematike.

Jedan od najpoznatijih Lietzmannovih nasljednika, zagovornik modernizovane heurističke metode, naturalizovani Amerikanac, profesor Stanford univerziteta (SAD) – Mađar, George Polya posebnu pažnju poklanjao je proučavanju metodskog oblika: Kako riješiti matematički zadatak?

Rješavanje zadataka je i po mišljenju poznatog ruskog matematičara i metodičara I. F. Šarigina jedno od najznačajnijih mjesta metodike nastave matematike. Proces učenja matematičkih sadržaja po njegovom mišljenu uključuje najraznovrsnije oblike rada, u prvom redu rješavanje zadataka. Glavni zadatak nastavnika matematike je da učenike zainteresuje za predmet njenog proučavanja, a tu mu dobro poznavanje matematičke nauke, istorijskog razvoja ljudskih ideja i psihološko-pedagoško-didaktičkih komponenti u funkciji poliformnih kreiranja metodičkih transpozicija nastave može biti od izuzetne koristi.

Imajući u vidu ciljeve Bolonjske deklaracije, bar kada je u pitanju nastava matematike i grupe prirodnih predmeta lako je uočiti njenu veliku korespondenciju i korelaciju sa realizovanjem vizionarskih stavova Poenkarea i F. Klajna.

1.1. Da li je metodika nastave matematike pedagoška umjetnost?

Metodika matematike je uvijek postojala kao pedagoška umjetnost na nivou praktične primjene vaspitno-obrazovnih programa. Pod dobrim nastavnikom matematike podrazumjevao se upravo dobar pedagog praktičar, tj. metodičar. O metodici, kao pedagoškoj umjetnosti, možemo govoriti samo na nivou praktične realizacije vaspitno-obrazovnog procesa u nekom smislu tzv. „pedagoškog pozorišta", koje nastavu upotpunjuje aktivnošću ispunjenom dinamizmom. Ovo indukuje potrebu terminološkog preciziranja. Možemo li uopšte govoriti o metodici nastave matematike kao o nekoj pedagoško-didaktičkoj „umjetnosti" u naučnom smislu, vodeći računa o tome da umjetnost kao posebna ljudska djelatnost zahtijeva originalnost, tj. kreativnost i angažovanost.

Posmatrano sa stanovišta pedagoške kreativnosti, tj. njenog metodičkog dijela, a posebno ako sve to gledamo semantički, čini se da prikladnije zvuči kada umjesto o metodici matematike kao pedagoško-didaktičkoj umjetnosti, govorimo o didaktičkoj umješnosti ili umijeću.

Danas pouzdano možemo kazati da je metodika matematike sintetička naučna disciplina koja ima sopstveni predmet proučavanja, čiju supstanciju čine komponente, matematike kao nauke, njen istorijski razvoj u smislu razvoja matematičkih ideja i pedagoški, tj. didaktičko-psihološki dio, koji se odnosi na konkretne metodičke transpozicije pojedinih matematičkih tema ili njihovih djelova.

Stanovište da pod metodikom treba podrazumijevati pedagošku „umjetnost", kao i stav da je metodika isključivo pedagoška disciplina ili pak komplementarno tome, da je ona samo posebna matematička oblast, uslovio je stagniranje metodike nastave matematike i njeno egzistiranje na nivou pedagoških tehnika ili prosto matematičko bitisanje metodike, kao jednog sistema „umješnih" depedagogiziranja pri rješavanju, u najvećem broju slučajeva neodmjerenih problemskih zadataka.

Metodološko povezivanje metodike matematike sa matematikom kao naukom, istorijom razvoja ljudskih ideja, psihologijom i komunikologijom predstavljalo je ne samo temeljnu pretpostavku njenog prirodnog konstituisanja kao upotrebljive posebne matematičko-pedagoške discipline i sintetičke naučne oblasti, već i kao „čudesni povratni zamajac" koji utiče na formiranje novih didaktičkih ideja i orijentacija, prema kojima je ranije pedagogija bila zatvorena. Pored toga, metodika matematike kao kreacija, tj. pedagoško umijeće, dobija upravo od matematičko-metodičke naučnosti motivacione impulse razvitka i modernizovanja vlastitih poliformnih metodoloških postupaka.

Metodika nastave matematike posmatrana kroz prizmu pedagoške kreativnosti, sposobnosti i vještina je u specifičnoj kohezionoj vezi sa psihologijom. Bazična pretpostavkua pedagoško-didaktičke „umjetnosti", podrazumijeva i proučavanje pedagoško-metodičke darovitosti, što treba imati na umu, kad je riječ o kriterijumima kod selektiranja prosvjetnog kadra.

U naučnom smislu metodiku matematike, kao pedagoško-didaktičku „umjetnost", treba razlikovati od metodike matematike kao naučne discipline, baš kao što razlikujemo praksu koja se angažovano, dinamički sa emotivnim nabojem izvodi u službi jasne i potpune učeničke spoznaje od teoretisanja koje uključuje i proučavanje pedagoškog umijeća.

2. Didaktički princip permanencije u nastave matematike i grupe prirodnih predmeta[3]

Ovaj značajni didaktički i naučni princip se veoma rijetko pominje i neopravdano je zapostavljen u pedagoško-didaktičkim i metodičkim teorijama prirodno-matematičke grupe predmeta, pa i matematici iako je iz nje ponikao.

[3] Đ. G. Marković, *Novi pogledi na metodiku nastave matematike*, 3M Makarije, Podgorica, 2003., vidjeti na stranicama 111–114.

Prvobitno on se javio kao plod istorijske evolucije razvoja pojma broja od skupa prirodnih do skupa kompleksnih brojeva i odnosio se na očuvanje formalnih zakona matematičkog računa primarno utvrđenih u skupu prirodnih brojeva, a čija važnost ostaje u svim kasnijim njegovim proširenjima.

U pedagoškom, didaktičkom i metodološkom smislu princip permanencije se odnosi na očuvanje svih progresivnih i pozitivnih tendencija i zakonitosti kvalitetne dinamičke nastave, čiji su izvori u nastavi antičkih naroda i kasnijih tekovina tzv. herojskog doba pedagogije Komenskog, Voltera, Pestalocija, Distervega i drugih. Njegovu gnoseološku podlogu predstavlja dijalektički princip negacija negacije, iz čega se može očitati njegov metodološki i filozofski značaj i njegova kontinuirana primjena pri izgradnji matematičkih i matematičko-metodičkih, pa i didaktičko-pedagoških pojmova i teorija. Pregledajući dosta obimnu, meni dostupnu pedagoško-didaktičku i matematičko-metodološku literaturu o ovom principu, izuzev kod E. Stipanića i M. Bertolina, napisano je veoma malo.

Kako je zakon negacija negacije i zakon prelaska kvaliteta u kvantitet i obrnuto, uz zakon prožimanja suprotnosti jedan od najznačajnijih dijalektičkih principa, a dijalektika[4] po mnogim filozofima nauka nad naukama, tj. opšta nauka koja obuhvata sve ostale ili makar da je samo kako neki filozofi govore i jedna filozofema čiji privilegovani položaj u odnosu na druge nauke i nije zasnovan na nekim očiglednim razlozima, sasvim logično bi se implikovao zaključak da princip permanencije nosi obilježje univerzalnosti, kako naučnog tako i pedagoško-didatičko-metodološkog i filozofskog principa.

Prije nego detaljnije obrazložim didaktički značaj i metodološku suštinu ovoga principa pogledajmo njegove gnoseološke osnove vezane za matematiku, tačnije istorijat evolucije pojma broja, kojim je naslovljena jedna značajna nastavna jedinica srednjoškolske matematike, a koja prethodi izučavanju kompleksnih brojeva.

Učenik treba da ima jasnu sliku o razlozima koji dovode do proširivanja skupa prirodnih brojeva N na skup cijelih brojeva Z, skupa cijelih na skup racionalnih brojeva Q, skupa racionalnih na skup realnih brojeva R i proširenje skupa realnih na skup kompleksnih brojeva C.

Prilikom definisanja računskih operacija kada se radi o svim navedenim proširenjima, pridržavamo se jednog te istog principa koji zahtijeva da te operacije tako definišemo da budu zadovoljeni zakoni komutativnosti i asocijativnosti sabiranja i množenja, kao i distributivni zakon množenja u odnosu na sabiranje, koje smo ustanovili u početnom skupu prirodnih brojeva N.

Ovaj princip prvi je jasno formulisao Herman Hankel 1867. godine zbog čega ga nazivamo Herman Hankelovim principom permanencije. N. Šubert je kasnije princip permanencije konkretnije formulisao, navodeći:

---

[4] O dijalektici možemo govoriti kao o opštoj filozofskoj teoriji i metodu, ili kao nauci o najopštijim zakonima razvoja objektivne stvarnosti, tj. nauci o zakonima i metodologiji istinitog mišljenja, ili kao filozofskom pogledu na svijet, tj. kao o metodi istraživanja itd . permanencije, koji figuriše u svim prethodnim proširenjima skupova počev od najužeg skupa prirodnih brojeva do skupa realnih brojeva.

„a) Svakom kompleksu simbola, koji ne predstavljaju već poznate brojeve pripisuje se takav smisao da se može potčiniti pravilima računa u postojećem skupu brojeva.
b) Da se takav kompleks simbola smatra brojem u širem smislu.
c) Da se u novom skupu brojeva definišu relacije, jednakosti i nejednakosti i da se za nove brojeve dokažu zakoni, koji su utvrđeni za postojeće brojeve".

Međutim, ovdje treba imati na umu da se pri prelazu od pojma broja u užem smislu na pojam broja u širem smislu moramo odreći nekih osobina. U protivnom između brojeva u širem smislu i brojeva u užem smislu ne bi postojala nikakva razlika.

Rješavanje kvadratne jednačine $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, $a, b, c \in Q$, dovodi do proširenja skupa realnih brojeva, u slučaju kada je diskriminanta $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$, jer u tom slučaju korijeni ove jednačine $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ i $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$, nemaju smisla u skupu realnih brojeva, pošto ne postoji takav realan broj čiji bi kvadrat bio negativan. Kako bi i u ovom slučaju riješili kvadratnu jednačinu $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, kao i neke jednačine višeg stepena, bilo je neophodno uvesti novu vrstu brojeva – imaginarne brojeve, tj. proširiti skup realnih brojeva R na skup kompleksnih brojeva C. Pri tome moramo imati na umu da se prilikom definisanja računskih operacija unutar skupa kompleksnih brojeva, moramo pridržavati principa permanencije.

Herman Hankelov princip se javlja kao finalni produkt istorijske evolucije pojma broja. U stvari, primijetivši ono što je suštinsko u istorijskom putu uopštavanja pojma broja od prirodnog do kompleksnog, a to se na tom putu stalno ponavljalo pri svakom sljedećem uopštavanju pojma broja, osnovne zakonitosti računskih operacija ostajale su invarijantne, primarno utvrđene u skupu prirodnih brojeva, a Hankel je iskoristivši tu činjenicu formulisao svoj princip.

„Ako su dva oblika, izražena opštim zakonima univerzalne aritmetike jedan drugom jednaki, treba da ostanu jedan drugom jednaki kada oznake prestanu da označavaju obične veličine i zato operacije ma koji drugi sadržaj dobijaju".

Hankel je tako na jedan apstraktan, ali matematički logičan način istakao bitne karakteristike istorijskog razvoja pojma broja dajući svojem principu obilježje razvojnog principa. On uočava da se principom permanencije kao metodološkim principom ne koristimo samo u aritmetici, već i u drugim matematičkim oblastima, kada se radi o formiranju novih pojmova i teorija ili uopštavanju starih, zbog čega ovaj princip poprima osobine univerzalnog načela. Proces stvaranja pojmova i teorija u matematici karakteriše se stalnim iznalaženjem načina da se ti pojmovi i teorije generalizuju. Princip permanencije tu igra važnu ulogu, jer trasira put proširivanja i formiranja novih pojmova i teorija, kao i uopštavanje starih pojmova i teorija u matematici, čime postaje jedan od najznačajnijih rukovodećih principa. Hankelov princip, kao što sam pomenuo, ima svoju dijalektičku podlogu. Očigledeno je da se princip permanencije prilikom istorijskog razvitka, tj. uopštavanja pojmova i teorija u matematici, stalno predstavljao kao važan metodološki princip. On predstavlja tu sponu novih teorija i pojmova sa starim teorijama i pojmovima u čemu se odslikava značaj njegovog stalnog eksploatisanja u nastavi matematike i drugih predmeta u osnovnoj i srednjoj školi.

Da bi formirali nove pojmove i teorije, princip permanencije zahtijeva da se prvobitne prevaziđu, tj. negiraju, što predstavlja raskid novog sa starim, ali kada se postavlja pitanje očuvanja bitnih osobina koje su ekvivalentne sa onim u prvobitnom pojmu ili teoriji dolazimo do negacije negacije, što opet predstavlja vezu novog i starog. Upravo ta dijalektičnost negacije, svojstvena principu permanentnosti, određuje njegov metodološki smisao, kao razvojnog načela didaktike.

Negacija negacije se u procesu generalizacije pojmova i teorija u matematici, dakle u procesu njihove evolucije, manifestovala kao gnoseološki temelj principa permanencije, kao jedan od najvažnijih zakona dijalektike, izdižući ovaj princip na poseban pijedestal sa kojeg se očitava njegova opštost, univerzalni karakter, i to kako metodološki i filozofski značaj, tako i razlozi koji ga opredjeljuju za kontinuirano eksploatisanje u izgradnji i uopštavanju ne samo matematičkih pojmova i teorija, već pri konstruisanju i uopštavanju i drugih naučnih disciplina. Kod ove svrsishodne primjene principa permanencije u procesu evolucije pojmova i teorija ne samo u matematici, uvijek se u pravom momentu pojavljuje ta dijalektička negacija kao prirodna spona stare, uže, teorije ili pojma i nove generalizovane, tj. šire teorije ili pojma. Negacija koja ostaje u vezi sa polaznom formulacijom neizostavno dozvoljava i dijalektičku generalizaciju koja negiranjem mora objedinjavati i ono što negira.

Ovo je posve razumljivo sa stanovišta matematičke logike. Zakon negacija negacije je tautologija. Na njemu počiva kompletan civilizacijski razvoj planete od nastanka do sadašnjeg trenutka. U vaspitnom smislu njegova primjena se odnosi na mjenjanje negativnih karakteristika učeničkog ponašanja, pa u izvjesnom smislu i samih karakternih crta ličnosti.

Imajući u vidu zaključke Meranske konferencijem da nastava matematike postane bliska stvarnosti, i interesima učenika, u skladu sa principom permanencije, trebalo je u herbertovskom pristupu nastave matematike negirati samo one elemente koji su kočili njen razvoj i istu formalizovali i pasivizirali. Ali nije to bilo tako lako realizovati. Trebalo je da prođe, skoro cijelo, XX stoljeće, uz sve otpore i „bunike", pa da posljedice primjene ovog značajnog principa postanu vidljive u smislu korigovanja dotadašnjih školskih programa. Međutim, paralelno sa promjenama u nastavi matematike tokom tog istog vijeka prirodne i društvene nauke, po prostoj analogiji prihvatile su taj značajni, i dalekosežni zahtjev Meranske konferencije, da nastava bude bliska životu i da njen produkt budu trajna, ne samo sadržinska, već i procesna znanja.

Dakle, ako sve ovo prethodno imamo na umu, onda je posve jasno zašto je Bolonjski koncept nastave utemeljen na ovom izuzetno značajnom načelu.

3. Primjena načela poliformnosti u nastavi matematike i grupe prirodnih predmeta

Suština didaktičkog principa poliformnosti ogleda se u permanentnom insistiranju na integralnom sagledavanju raznovrsnih pristupa razumjevanja i poimanja proučavanih nastavnih fenomena. Njegovo eksploatisanje u praksi iziskuje od nastavnika odlično poznavanje i vještinu primjenjivanja najraznovrsnijih stručno-didaktičko-metodičkih mogućnosti, a indukuje intezivnu misaonu aktivnost učenika izraženu kvalitetnim samopregalačkim radom i većom motivacijom.

Zato u nastavi matematike, i nastavi grupe prirodnih predmeta, pa i ostalih predmeta, princip poliformnosti treba da ima univerzalnu ulogu, koja bi bila prezentovana oplemenjivanjem nastave raznovrsnim sadržajima, sredstvima, postupcima i metodama.

Kada je riječ o sadržajima, misli se na izbor takvih zadataka koji omogućavaju veći broj raznolikih pristupa pri njihovom rješavanju i korišćenju očiglednih sredstava.

Međutim, organizovanje takvih časova zahtijeva, adekvatnu primjenu poliformnosti metodskih oblika i metodskih pojedinosti nastave, tj. njihovih varijacija, pa i metodoloških inovacija na istom nastavnom času.

Metodski oblici i metodske pojedinosti koje nastavnik planira i primjenjuje tokom nastave baziraju se na pravovremenom pulsiranju didaktičkih principa, što se ispoljava u njihovom istovremenom poliformno-kohezionom dejstvu, tj. integralnom dijalektičkom jedinstvu.

O nastavnim metodama i principima možemo govoriti pojedinačno, ali uvijek treba imati na umu da oni nikada ne dejstvuju nezavisno jedni od drugih, već uvijek „šarenilom boja“ metodskih oblika, prožetih nijansiranim variranjem „valera“ jedinstva poliformnosti nastavnih principa.

Upravo to isovremeno pulsiranje, tj. koncentrovano dejstvovanje poliformnog dijalektičkog jedinstva bazičnih nastavnih principa, jeste osnovni preduslov dobro planirane i organizovane savremene nastave i njene usaglašenosti sa Bolonjskim konceptom nastave, i to kako nastave matematike, tako i nastave ostalih predmeta na Učiteljskom odsjeku Filozofskog fakulteta – Univerziteta Crne Gore.

Ovdje obavezno treba zastati i ukazati na dosadašnje pogubno teoretisanje klasične pegdagogije, tj. didaktike o nastavnim principima koji se skoro uvijek prikazuju u jednoj izolovanoj pojednostavljenoj varijanti. Takvo izolovano posmatranje i proučavanje, tj. kruto – statičko tretiranje nastavnih principa, rekao bih na bazi ličnog trodecenijskog iskustva, pogubno djeluje na samo poimanje nastavnog procesa, što implicira kao posljedicu upravo taj statični pristup nastavi, koja neminovno zapada u formalizam produkujući samo sadržinska znanja studenata koja nijesu u skladu sa modernim taksonomijama znanja npr. Marazanovog ili nekog novijeg tipa, koja korespondiraju visokom pozitivnom korelativnošću sa zahtjevima Bolonjskog koncepta obrazovanja.

Savremena nastava matematike nastoji da eliminiše mehaničko memorisanje velikog kvantuma znanja, a takođe teži da izbjegne formalno razvijanje psihičkih sposobnosti učenika. Normalno da takva nastava podrazumjeva razvijanje učeničkih sposobnosti, ali ne na bezvrijednoj matematičkoj građi, već na sadržajima koji su kvalitetni u obrazovnom i vaspitnom pogledu.

Ovdje ću koristeći lično iskustvo i prikazati neke zanimljive sadržaje nastave matematike osnovne i srednje škole, njihove metodološke interpretacije ili inovacije i rekonstrukcije. Namjera mi je da ukažem na postojanje raznovrsnih i lijepih primjera, koje možemo koristiti u funkciji razbijanja formalizma u nastavi matematike.

Lako je uočiti, bar u nastavi matematike i grupi prirodnih predmeta poput fizike, hemije, i drugih disciplina, a mislim da je slična situacija i u ostalim oblastima, da neposredna primjena principa permanencije i poliformnosti eksplicitno doprinose dinamiziranju nastavnog procesa i mnogo većoj aktivnosti, tj. samostalnijem radu studenata u procesu sticanja znanja u skladu sa modernim taksonomijama znanja, koje podržava i na kojima je utemeljen sam Bolonjski koncept studiranja na Univerzitetu Crne Gore.

Dakle, osnovna bit ovoga rada kada je u pitanju nastava Matematike i Metodike nastave matematike, a vjerujem i kada je u pitanju nastava drugih naučnih disciplina nije u tome da se uopšteno govori o ovim principima, već da se na konkretnim primjerima prepozna i ukaže na njihovu opštost u dotičnoj pojedinosti. Ovo sigurno nije lako, jer treba heuristički doći do „bisera u blatu“.

Bolonjska deklaracija upravo insistira na toj primenljivosti raznovrsnih sadržinskih i procesnih znaja u praksi, njihovoj usklađenosti i harmonizaciji u svim zemljama koje su njene potpisnice, a što je očigledno u skladu sa zahtjevima navedenih načela.

4. Usmeno množenje – množenje pomoću sabiranja (dvije digitalne tehnike)

Računanje na prstima je prethodilo i poslužilo kao motiv uvođenju desetičnog brojnog sistema. Nekada se smatralo i još uvijek se misli, da je takvo računanje primitivno, tj. da se njim mogu vršiti samo sabiranja malih brojeva, ili izvoditi manja odbrojavanja. Međutim, prsti nijesu baš tako trivijalno sredstvo računanja. Pomoću njih moguće je vršiti i računsku operaciju množenja.

Usmeno množenje podrazumijeva postupke vantabličnog množenja, koji su neophodna priprema učenika za tzv. pismeno izvođenje te operacije.

Ovdje se nećemo baviti algoritmima usmenog množenja koje je svima poznato i može se naći u udžbenicima matematike razredne nastave, već ćemo prikazati raritetne i inovirane, a istovremeno veoma značajne postupke množenja na prstima i neke korisne algoritme koji omogućavaju lakše izvođenje te računske operacije.

Primjeri:

1) Obilježimo brojevima od 1 do 10 prste na obije ruke i izaberimo bilo koji prst. Recimo da je to prst koji odgovara broju 7. Susjedni broj sa jedne strane mu je broj 6, a sa druge strane ima 3 „prsta“.

Lako je uočiti da nije slučajan navedeni redoslјed, pa samim tim i heuristički doći do relacije $63 = 7 \cdot 9$ (pogledati sljedeću shemu).

1 2 3 4 5 6 **7** 8 9 10
(6d 3 j), dakle 7·9 = 60+3 = 63.

Proizvod između bilo kojeg broja i broja 9 dobija se potpuno analogno prethodnom primjeru:

2) 5 puta 9 je 45 – sa lijeve strane broja 5 je broj 4, a sa desne ostaje još 5 „prstiju“.

1 2 3 4 **5** 6 7 *8 9 10*
(4d 5j), dakle 5·9 = 40+5 = 45.

Broj 4 predstavlja broj desetica, a 5 (broj podvučenih brojeva) je broj jedinica traženog proizvoda.

3) 13 puta 9 je 117 – sa lijeve strane od nepostojećeg „prsta“ sa oznakom broja 13 ima 12 „prstiju“, i to su desetice, dakle 120, a do prsta sa oznakom 10 ima 3 „prsta“, pa pošto sad brojimo unazad prema broju 10 uzećemo broj 3 sa znakom minus, tako se kao rezultat produkta $13 \cdot 9$ dobija broj 117 .

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 **13**
(12d. – 3j) , dakle 13·9 = 120 –3 = 117.

Sve ovo se može i dokazati $9 \cdot a = (10-1) \cdot (a-1+1) = 10 \cdot (a-1) + (10-a)$.

Takođe važe i sljedeće relacije:

$a \cdot 99 = 99 \cdot a = (100-1) \cdot (a-1+1) = 100 \cdot (a-1) + (100-a)$,

$a \cdot 999 = 999 \cdot a = (1000-1) \cdot (a-1+1) = 1000 \cdot (a-1) + (1000-a)$.

Pogledajmo kako njihova primjena efektno izgleda na primjerima:

4) $54 \cdot 99 = 53 \cdot 100 + (100-54) = 5300 + 46 = 5346$ ili

5) $728 \cdot 999 = 1000 \cdot 727 + (1000-728) = 727000 + 272 = 727272$, itd.

Množenje sa brojevima različitim od 9, 99, 999 itd. može se na sličan način prethodnim obavljati na prstima. Tako je npr.

6) $8 \cdot 6 = (10-2) \cdot (6-2+2) = 10 \cdot (6-2) + 2 \cdot (10-6) = 10 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 48$, ili u opštem slučaju $8 \cdot a = 10 \cdot (a-2) + 2 \cdot (10-a)$, i analogno tome $98 \cdot a = (a-2) \cdot 100 + 2 \cdot (100-a)$ ili $998 \cdot a = (a-2) \cdot 1000 + 2 \cdot (1000-a)$, itd.

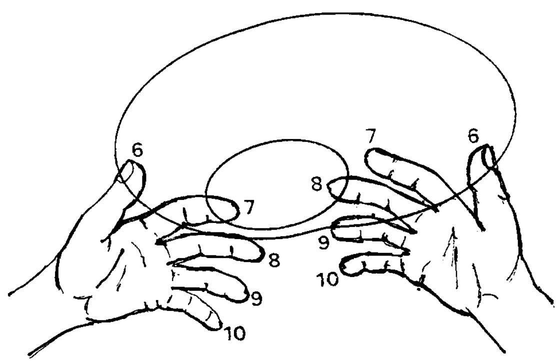
Tako je:

7) $877 \cdot 998 = 875 \cdot 1000 + 2 \cdot (1000 - 877) = 875000 + 2 \cdot 123 = 875246.$

Međutim, pomoću prstiju na rukama pruža se mogućnost i za jednu drugu vrstu množenja, koje važi za sve brojeva, a podesno je kada množenje dva broja treba svesti na jedno sabiranje i jedno množenje.

8) Obilježimo prste na rukama redom brojevima 6, 7, 8, 9 i 10 (kao na slici 1). Sastavimo prste 7 i 8. Ukupan broj prstiju na obije ruke zajedno sa numerisanim prstima u smjeru od njih prema palčevima je 5 (to su prsti sa oznakama 7, 6 na jednoj i 8, 7, 6 na drugoj ruci). Taj broj 5 predstavlja broj desetica proizvoda $7 \cdot 8$. Broj preostalih prstiju na jednoj ruci je 3, a na drugoj 2. Njihov produkt $2 \cdot 3$ čini broj jedinica traženog proizvoda. Tako dobijamo: $7 \cdot 8 = (2 + 3) \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 56.$

Provjeravajući sve ostale mogućnosti, koristeći prethodni algoritam, uvijek dobijamo tačan rezultat. Pogledajmo još nekoliko primjera:



Slika 1.

9) Sastavimo prste 9 i 7. Ukupan broj prstiju na obije ruke zajedno sa numerisanim prstima u smjeru od njih prema palčevima je 6 (to su prsti sa oznakama 9, 8, 7, 6 na jednoj i 7, 6 na drugoj ruci). Taj broj 6 predstavlja broj desetica proizvoda $9 \cdot 7$. Broj preostalih prstiju na jednoj ruci je 3, a na drugoj 1. Njihov produkt čini broj jedinica traženog proizvoda. Tako dobijamo: $7 \cdot 9 = (2 + 4) \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 63.$

Sve ovo bi moglo da poprimi i drugačiji oblik, ako bismo prste sa oznakama 7, 6 na jednoj i 8, 7, 6 na drugoj ruci ispružili, a sve ostale prste savili (vidi sliku 2).

U tom slučaju imali bismo jednostavniju sliku, pa samim tim i prostije objašnjenje o čemu ćemo govoriti u daljem tekstu.

Kada djeca savladaju množenje brojeva od 1 do 6, onda ih je lako naučiti množenju na prstima brojeva od 6 do 10.

Pogledajmo još jednu trivijalnu (u izvjesnom smislu jasniju) interpretaciju sličnu prethodnom postupku:

10) Odrediti proizvod $8 \cdot 9$.

Lako je uočiti da je $8 \cdot 9 = (5+3) \cdot (5+4)$. Na lijevoj ruci ispružimo tri, pošto je osam jednako pet plus tri, a na desnoj ruci ispružimo četiri prsta, jer je devet jednako pet plus četiri. Istovremeno, na lijevoj ruci savijamo 5–3=2 prsta, a na desnoj 5–4=1. Traženi proizvod $8 \cdot 9$ dobijamo na sljedeći način: Brojeve podignutih prstiju na obije ruke saberemo (u našem primjeru $3+4=7$) i taj zbir predstavljaju desetice, tj. imamo 70. Ovome broju treba dodati proizvod brojeva, kojima su predstavljeni savijeni prsti, tj. broj $2 \cdot 1 = 2$, pa je broj jedinica traženog produkta 2. Konačno, $8 \cdot 9 = 70 + 2 = 72$.

O ovom postupku govorio je još u 17. vijeku arapski matematičar Beda-Eddin u knjizi „Khelaset al hissib“ na sljedeći način:

$$8 \cdot 9 = (5+3) \cdot (5+4) = 5 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 5 \cdot (4+1) + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot (5-1) =$$
$$= 5 \cdot 4 + 5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 3 - 3 = (5+5) \cdot 4 + (5+5) \cdot 3 + 2 = 10 \cdot (3+4) + (5-3) \cdot (5-4) =$$
$$= 10 \cdot 7 + 2 \cdot 1 = 70 + 2 = 72, \ \textit{tj.}$$
$$8 \cdot 9 = (5+3) \cdot (5+4) = 10 \cdot (3+4) + (5-3) \cdot (5-4) = 10 \cdot 7 + 2 \cdot 1 = 70 + 2 = 72,$$

odnosno uopšteno za proizvoljne brojeve $a, b \in \{6,7,8,9\}$ imamo da je:

$$a \cdot b = \underbrace{[(a-5)+(b-5)] \cdot 10}_{\textit{broj desetica}} + \underbrace{[5-(a-5)] \cdot [5-(b-5)]}_{\textit{broj jedinica}},$$

pri čemu je $[(a-5)+(b-5)]$ broj uzdignutih prstiju i predstavlja broj desetica traženog podukta, a $[5-(a-5)]$ i $[5-(b-5)]$ su brojevi savijenih prstiju, čiji je proizvod $[5-(a-5)] \cdot [5-(b-5)]$ jednak broju jedinica traženog produkta $a \cdot b$.

Pogledajmo ponovo kako to sve izgleda na primjeru:

8) $$7 \cdot 8 = \underbrace{[(7-5)+(8-5)] \cdot 10}_{\textit{broj desetica}} + \underbrace{[5-(7-5)] \cdot [5-(8-5)]}_{\textit{broj jedinica}} = (2+3) \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 56,$$

pri čemu je $[(7-5)+(8-5)]$, tj. $2+3=5$ broj uzdignutih prstiju na obije ruke i predstavlja broj desetica traženog podukta, a $[5-(7-5)]$ i $[5-(8-5)]$, tj. 3 i 2 su brojevi savijenih prstiju, čiji je proizvod $[5-(7-5)] \cdot [5-(8-5)] = 3 \cdot 2 = 6$ jednak broju jedinica traženog produkta (vidjeti sliku 2).

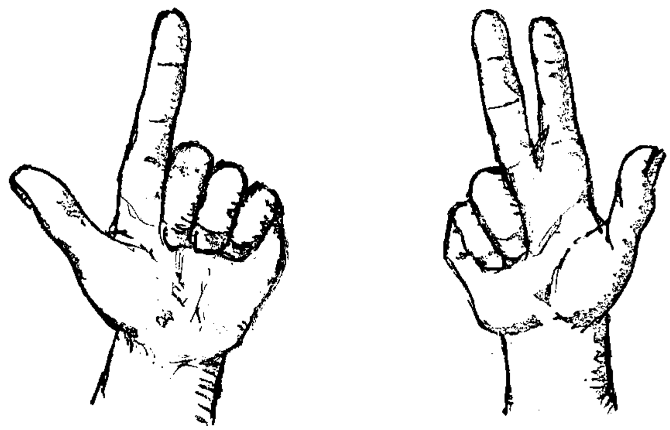
Sve se ovo moglo sagledati i na sljedeći način:

$$a \cdot b = a \cdot b + 10 \cdot a - 10 \cdot a + 10 \cdot b - 10 \cdot b + 100 - 100 = (a+b-10) \cdot 10 + (10-a) \cdot (10-b).$$

U slučaju pomenutog primjera 9) imali bismo:

$$8 \cdot 9 = (8+9-10) \cdot 10 + (10-8) \cdot (10-9) = 7 \cdot 10 + 2 \cdot 1 = 72.$$

Dakle, $a+b-10$, tj. broj uzdignutih prstiju predstavlja broj desetica traženog produkta $a \cdot b$, a $10-a$ i $10-b$ predstavljaju savijene prste, a njihov proizvod $(10-a) \cdot (10-b)$ predstavlja broj jedinica traženog produkta $a \cdot b$.



Slika 2.

Kada bi bilo više prstiju i kada bi ovo računanje nastavili i preko 10, opet bismo dobili tačne rezultate. Tako je:

11) $17 \cdot 16 = [(17-5)+(16-5)] \cdot 10 + (10-17) \cdot (10-16) = 230 + (-7) \cdot (-6) = 272.$

Pogledajmo sada još jednu elegantniju mogućnost, kako da se skraćeno usmeno određuje proizvod $(10+a) \cdot (10+b)$, pri čemu su $a, b \in \{1,2,3, \ldots ,9\}$.

Lako je uočiti da je:

$(10+a) \cdot (10+b) = 100 + 10 \cdot b + 10 \cdot a + a \cdot b = [(10+a)+b] \cdot 10 + a \cdot b$, tj. da je $(10+a)+b$ broj desetica, kojima treba dodati broj $a \cdot b$, da bi se odredio traženi produkt $(10+a) \cdot (10+b)$.

Formula za usmeno i brzo izračunavanje proizvoda bilo koja dva broja iz druge desetice je $(10+a) \cdot (10+b) = [(10+a)+b] \cdot 10 + a \cdot b$, $a, b \in \{1,2,3, \ldots ,9\}$, pa primjer 11) možemo riješiti na sljedeći efikasniji način:

$17 \cdot 16 = (17+6) \cdot 10 + 7 \cdot 6 = 230 + 42 = 272.$

Pogledajmo kako to izgleda na primjerima 12 i 13:

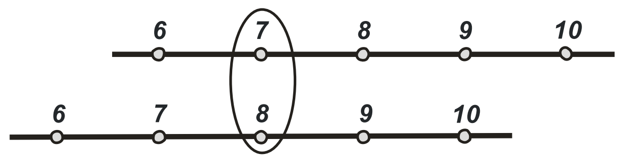
12) Izračunati proizvod $17 \cdot 18$. Zadatak rješavamo usmeno tako što broju desetica $(10+a)+b = 17+8 = 25$, dodajemo broj $a \cdot b = 7 \cdot 8 = 56$, tj. $17 \cdot 18 = (17+8) \cdot 10 + 7 \cdot 8 = 250 + 56 = 306.$

13) $19 \cdot 14 = (19+4) \cdot 10 + 9 \cdot 4 = 230 + 36 = 266.$

U opštem slučaju (dakle i u slučaju kada imamo brojni sistem sa osnovom m) važi formula: $a \cdot b = (a+b-m) \cdot m + (m-a) \cdot (m-b)$.

14) $94 \cdot 98 = (94+98-100) \cdot 100 + (100-94) \cdot (100-98) = 9200 + 6 \cdot 2 = 9212.$

Sve ovo možemo prikazati i u obliku sličnom logaritmaru (vidi sliku 3). Pomnožimo brojeve $7 \cdot 8$, kao u primjeru 8). Konstruišimo dvije skale i na njima obilježimo brojeve na jednakom rastojanju, pri čemu brojeve koje množimo postavljamo jedan ispod drugog, ili ih markiramo klizačem. Pomeranjem skala treba izvršiti sabiranje koje iziskuje navedeni obrazac, tako dobijemo desetice traženog proizvoda, dok jedinice tog istog produkta određujemo množenjem druga dva broja, koje takođe očitavamo na skalama. Kako je ovo posljednje množenje obično unaprijed poznato to ćemo traženi proizvod odrediti pomoću sabiranja.



Slika 3.

Podignuti prsti na prvoj skali su numerisani brojevima 6, 7, a na drugoj 6, 7, 8 i ima ih $[(7-5)+(8-5)]$, tj. $2+3=5$ i predstavljaju desetice produkta $7\cdot 8$, a jedinice tog proizvoda predstavljaju skupljeni prsti numerisani brojevima 8, 9, 10 na prvoj skali i 9, 10 na drugoj skali, tj. $[5-(7-5)]\cdot[5-(8-5)]=3\cdot 2=6$, pa je $7\cdot 8=(2+3)\cdot 10+3\cdot 2=56$.

Dakle, vidimo da traženo množenje $7\cdot 8$ možemo lako izračunati pomoću sabiranja brojeva $(2+3)\cdot 10$ i $3\cdot 2$.

Pogledajmo sada kako se skraćeno usmeno određuje proizvod:

a) $(10+a)\cdot(20+b)$, b) $(20+a)\cdot(10+b)$, pri čemu su $a,b\in\{1,2,3,\ \dots\ ,9\}$.

Lako je uočiti da je:

a) $(10+a)\cdot(20+b)=200+10\cdot b+20\cdot a+a\cdot b=[(20+b)+2\cdot a]\cdot 10+a\cdot b$, tj. da je $(20+b)+2\cdot a$ broj desetica, kojima treba dodati broj $a\cdot b$, da bi se odredio traženi produkt $(10+a)\cdot(20+b)$.

b) $(20+a)\cdot(10+b)=[(20+a)+2\cdot b]\cdot 10+a\cdot b$, tj. da je $(20+a)+2\cdot b$ broj desetica, kojima treba dodati broj $a\cdot b$, da bi se odredio traženi produkt $(20+a)\cdot(10+b)$.

Pogledajmo kako to izgleda na primjerima produkata: 15) $27\cdot 18$ i 16) $17\cdot 28$.

15) $27\cdot 18$ usmeno rješavamo tako, što broju desetica
$(20+a)+2\cdot b=27+2\cdot 8=27+16=43$
dodajemo $a\cdot b=7\cdot 8=56$, tj. $27\cdot 18=430+56=486$.

16) U slučaju $17\cdot 28$ produkt određujemo tako, što broju desetica
$(20+b)+2\cdot a=28+2\cdot 7=28+14=42$
dodajemo $a\cdot b=7\cdot 8=56$, tj. $27\cdot 18=420+56=476$.

Slično prethodnom postupku možemo skraćeno, usmeno odrediti i proizvod:
$(20+a)\cdot(20+b)$, pri čemu su $a,b \in \{1,2,3, \ ... \ ,9\}$.

Lako je uočiti da je:
$(20+a)\cdot(20+b) = 400+20\cdot b+20\cdot a+a\cdot b = (20+a+b)\cdot 20+a\cdot b$, tj. da je $2\cdot[(20+a)+b]$ broj desetica, kojima treba dodati broj $a\cdot b$, da bi se odredio traženi produkt $(20+a)\cdot(20+b)$. Pogledajmo kako to izgleda u slučaju proizvoda: 16) $26\cdot 29 = ?$

17) $26\cdot 29 = 2\cdot(26+9)\cdot 10+6\cdot 9 = 700+54 = 754.$

Jasno je da bi prethodni postupak mogli primjeniti i na brojevima četvrte, pete, ... desetice.

Na bazi ličnog trodecenijskog iskustva došao sam do zaključka da ovako inovativna poliformna rješavanja matematičkih zadataka raznovrsnim praktičnim načinima bogate nastavu matematike izazivajući interesovanja kod studenata da kroz razgovor i samostalni rad heuristički spoznaju izabrane sadržaje koje kasnije mogu primjenjivati u praksi, a što je očigledno u skladu sa zahtjevima Bolonjskog koncepta da stečena znanja studenata budu primjenljiva u običnom životu. Samim poliformnim traganjem studenti dolaze do procesnih znanja, tj. otkrivaju raznovrsne načine rješavanja cijelog spektra praktičnih matematičkih i nematematičkih problema, a što je opet jedan od glavnih ciljeva implementiranja Bolonjskog koncepta nastave na Filozofskom fakultetu Crne Gore.

Kompletna metodika matematike sagledana u svijetlu principa poliformnosti zasnovana je na činjenici koja se može uzeti i kao didaktička aksioma da slikovite interpretacije nastavnika, date u vidu višestrukih očiglednosti, daju drugu dimenziju nastavi matematike. Samim tim i didaktički princip očiglednosti, kao i ostali nastavni principi javljaju se kao poliformizam trivijalnih prikazivanja istih fenomena.

Dakle, značaj primjene principa poliformnosti u nastavi matematike i ne samo matematike već i pri implementiraju samog bolonjskog koncepta nastave na Učiteljskom odsjeku Filozofskog fakulteta – Univerziteta Crne Gore je upravo u njegovoj moćnoj funkciji sveobuhvatnog ostvarivanja dijalektičkog jedinstva svih varijacija sličnosti ili suprotnosti, pa i paradoksalnih nestandardnosti bilo da se radi o aktivnostima učenika, nastavnika, školskog sistema ili društva uopšte.

Danas kada u našoj sredihi sve češće čujemo negativne komentare o bolonjskom konceptu nastave, ova moja iskustva u neposrednoj nastavi Metodike matematike 1, 2, 3 i 4 na Učiteljskom odsjeku Filozofskog fakulteta – Univerziteta Crne Gore su potpuno komplementarna takvim viđenjima i upravo govore, o izuzetno velikom pozitivnom koeficijentu korelacije implementiranja bolnjskog koncepta nastave sa intenzivnom primjenom didaktičkih principa permanencije i principa poliformnosti u nastavi Matematike i Metodike nastave matematike a vjerujem i nastavi prirodne grupe predmeta.

Literatura

Penavin, V. (1971), *Struktura i klasifikacija metoda u nastavi aritmetike i algebre*, Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika.

Lietzmann, W. (1955), *Methodik des mathematischen Unterrichts IV*, Heidelberg.

Božić. M. (2002), *Pregled istorije i filozofije matematike*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Arnhajm, R. (1985), *Vizuelno mišljenje – jedinstvo slike i pojma*, Beograd.

Krkljuš, S. (1998), *Didaktički disput*, priredila Mara Đukić, Novi Sad.

Polya, G. (1966), *Kako ću riješiti matematički zadatak*, Zagreb: Školska knjiga.

Marković. Đ. G. (2006), *Geometrijski poliformizam*, Podgorica: 3M Makarije.

Marković. Đ. G. (2008), *Novi pogledi na metodiku nastave matematike*, Podgorica: 3M Makarije.